第27卷 第23期
2011年12月
甘肃科技
Gansu Science and Technology
Vol. 27 No. 23
Dec. 2011

基于matlab的helmert方差分量估值在边角网定权中的实现

梁永平[1],王起才[1],严丽萍[2]
(1. 兰州交通大学,甘肃 兰州 730070;2. 兰州铁路技师学院,甘肃 兰州 730050)

摘 要:通过编写matlab程序实现了helmert方差分量估值法在边角网中定权的应用,验证了此类方法不仅使观测量的权值更加合理,还可以提高待定点的精度,使得平差结果更加准确,对解决此类问题具有很好的参考意义。
关键词:测量平差;helmert;权;精度
中图分类号:P107.2

1 概述

"权"作为比较观测值精度高低的一种指标,在测量平差工作中起着举足轻重的作用。边角网是一种布设简单,观测方便,计算、平差效率高的网形,在控制网的布设中具有很广泛的用途。以往边角网确定权的方法即假定单位权中误差等于角度观测中误差,令角度的权 $P_\beta = 1$,边长权 $P_S = \frac{m_\beta^2}{m_s^2}$。但是在实际平差分析中发现,这种简单的定权方式会造成平差值较大的误差以及平差模型验后检验通不过。产生这种现象的原因除了起算数据精度不够等原因外,另一个主要原因就是两类观测值权比确定不恰当。合理地确定边角两类观测值的权对平差结果的影响非常大,不仅能使边、角两类观测值的精度和平差结果得到正确反映,而且对平差模型的检验具有重要意义[2,3]。

利用helmert方差分量估计法,通过逐次迭代即可以解决这类问题,其解决思路为利用预平差的改正数,按验后估计各类观测量验前方差的方法进行[4]。在利用helmert估计法进行定权的过程中,由于涉及到诸多的矩阵计算,使得利用逐步趋近定权的计算量大大增加。为此,笔者在研究helmert估值法原理的基础上,利用解算矩阵专业工具软件matlab编写了相应程序,方便了定权估值,并且通过计算对比验证了该方法对确定边角网中的权和提高待定点精度具有很积极地意义。

2 helmert方差分量估值定权模型原理[4]及计算步骤

在测量过程中存在两类观测量,分别为 $\underset{n_1\times 1}{L_1}$、$\underset{n_2\times 1}{L_2}$,相应的权阵为 $\underset{n_1\times n_1}{P_1}$、$\underset{n_2\times n_2}{P_2}$,因为两类观测量相互独立,则 $P_{12}=0$。由于改正数的数学期望为零,即 $E(V)=0$,可以得到 $E(V^TPV)=tr(pD(V))$。则经过计算改正数 V_1、V_2 的方差,得到如下公式解算单位权方差因子

$$\hat{S}\theta = W$$

式中

$$S = \begin{bmatrix} n_1 - 2tr(N^{-1}N_1) + tr(N^{-1}N_1)^2, tr(N^{-1}N_1N^{-1}N_2) \\ (\text{对称}), n_2 - 2tr(N^{-1}N_2) + tr(N^{-1}N_2)^2 \end{bmatrix}$$

其中,l_1,l_2 分别为观测量 L_1、L_2 建立误差方程后的常数项。

假设单位权中误差阵为 $\hat{\theta} = [\hat{\sigma}_{01}^2 \quad \hat{\sigma}_{02}^2]^T$,$W_\theta = [V_1^TP_1V_1, V_2^TP_2V_2]^T$,则可以解算出 $\hat{\theta} = S^{-1}W_\theta$。

经计算后,若 $|\hat{\theta}_{01}^2/\hat{\theta}_{02}^2 - 1| \leqslant \varepsilon$($\varepsilon$ 为估值精度),则初次定权合理。否则,令 $\hat{\theta}_0^2 = \hat{\theta}_{01}^2$,按 $\hat{\theta}_1^2 = \hat{\theta}_{01}^2 \times P_1^{-1}$,$\hat{\theta}_2^2 = \hat{\theta}_{02}^2 \times P_2^{-1}$,$P_1 = \frac{\hat{\theta}_0^2}{\hat{\theta}_1^2} = 1$,$P_2 = \frac{\hat{\theta}_0^2}{\hat{\theta}_2^2}$ 定权。反复进行以上迭代,直到 $|\hat{\theta}_{01}^2/\hat{\theta}_{02}^2 - 1| \leqslant \varepsilon$ 即可。

3 程序设计

```
function[v1,v2,q,o,p1,p2] = jianjiepc(b1,b2,a01,a02,p1,p2,e)
    b = [b1;b2];
    p = blkdiag(p1,p2);
    n1 = b1'* p1 * b1;
    n2 = b2'* p2 * b2;
    n = n1 + n2;
```

```
n0 = inv(n);
w1 = b1'* p1 * a01;
w2 = b2'* p2 * a02;
w = w1 + w2;
b11 = length(b1) - 2 * trace(n\n1) + trace(n\n1)^2;
b22 = trace((n\n1) * (n\n2));
c11 = b22;
c22 = length(b2) - 2 * trace(n\n2) + trace(n\n2)^2;
s = [b11,b22;c11,c22];
x = n\w;
v1 = b1 * x - a01;
v2 = b2 * x - a02;
v = [v1;v2];
m1 = v1'* p1 * v1;
m2 = v2'* p2 * v2;
m = [m1,m2]';
o = s\m;
u1 = o(1,:);
u2 = o(2,:);
if abs(u1 - u2) < = e;
warning('初始定权合理');
end
q = u1/u2;
u0 = u1;
dl1 = u1/p1;
dl2 = u2/p2;
p1 = u0/dl1;
p2 = u0/dl2;
end
```

根据以上程序,只需在程序栏中输入边长误差方程系数、角度误差方程系数、边长误差方程和角度误差方程常数项相应的矩阵 b_1、b_2、a_{01} 和 a_{02},角度的初始权 p_1 和边长初始权 p_2,以及两观测量的估值精度较差 e。调取函数[$v1,v2,q,o,p1,p2$] = jianjiepc($b1,b2,a01,a02,p1,p2$),即可解算出边角网的helmert验后估值权 P_1、P_2,角度和边长的单位权方差 $\hat{\theta}_{01}{}^2$,$\hat{\theta}_{02}{}^2$,以及相应的角度观测量改正数 v_1 和边长观测量改正数 v_2。经过反复迭代即可计算出的 P_1、P_2,最终使得 $|\hat{\theta}_{01}{}^2/\hat{\theta}_{02}{}^2 - 1| \leq \varepsilon$,就完成了定权工作。

4 迭代实例分析

如图1所示为独立边角网,其中 A、B、C 三点为已知,α_{AB}、α_{BC}为已知方位角,观测值见表1[5]。网中角度观测中误差为 $m_\beta = \pm 1$,各边的观测精度相等,观测中误差 $m_s = \pm 1.41$cm,下面按照helmert方差分量估值方法进行定权,见表2。

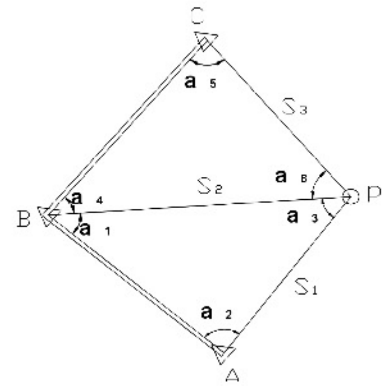

图1 边角网观测示意

表1 边角网观测值

观测值编号（角度）	观测值	观测值编号（边长）	观测值
1	44°05′44.8″	S_1	2185.070
2	93°10′43.1″		
3	42°43′27.2″	S_2	1522.853
4	76°51′40.7″		
5	28°45′20.9″	S_3	3082.621
6	74°22′55.1″		

待定点点位得中误差为 $\hat{\sigma}_p = \hat{\sigma}_0\ \sqrt{Q_{X_p} + Q_{Y_p}}$,则经计算得测角中误差和待定点 P 点精度随迭代次数的增加变化见表3。

从以上迭代结果分析可以得出,利用helmert方差分量估值定权过程中,随着迭代次数的增加,观测量相应的权和单位权方差均发生了变化。但对于所求待定点的中误差则随着迭代次数的增加逐渐变小,符合估值定权的目的和意义,有利于提高目标待定点的精度。

5 关于迭代的讨论

在迭代过程中,如果出现helmert估计结果收敛的情况,说明求得的结果是正确的。但是于一些网形设计有缺陷、边长不均以及多余观测量较少的边角网,在逐次迭代过程中收敛域可能比较小。特别对于一些比较特殊的网形,其收敛域可能不存在[6]。

对于产生收敛域较小或者不存在的边角网,产生此类问题的原因可以归结为:

表 2　helmert 法逐次迭代边角网单位权中误差变化

迭代次数	$\hat{\theta}_{01}^2$	$\hat{\theta}_{02}^2$	$\hat{\theta}_{01}^2:\ \hat{\theta}_{02}^2$	P_1	P_2
1	8.9970	1.1760	7.6502	1	0.5000
2	10.7861	7.9970	1.3488	1	3.8251
3	11.2812	9.2188	1.2237	1	5.1592
4	11.6495	10.0969	1.1538	1	6.3134
5	11.9197	10.7784	1.1059	1	7.2842
6	12.1118	11.3017	1.0717	1	8.0556
7	12.2437	11.6880	1.0476	1	8.6330
8	12.3320	11.9609	1.0310	1	9.0435
9	12.3898	12.1470	1.0200	1	9.3240
10	12.4271	12.2705	1.0128	1	9.5103

表 3　helmert 法逐次迭代特定点 p 中的误差变化对比

迭代次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
单位权中误差	2.6213	2.8749	2.9627	3.0273	3.0744	3.1079	3.1309	3.1463	3.1564	3.1629
待定点中误差	1.9732	1.3377	1.2303	1.1834	1.1400	1.1089	1.0877	1.0734	1.0639	1.0576

1)初始设定的误差要求不满足网形的特点,即观测量在改正过程中不受方差因子的影响;

2)网形确定后,多余观测数较少,方差估计的误差较大,不在收敛域的可控范围内;

3)初始定权进行迭代过程中会出现单位权中误差和重新确定的权负值的情况,只要采取重新指定验前单位权方差,即可以消除此类问题。

6　结论

1)程序实现了边角网估值定权的快捷化,简便化。

2)确定合理的边角网网形和符合网形设计要求的误差模型是法定权的前提。

3)方差分量估值法对于正确确定观测值的权,提高点位精度具有很积极的意义。

参考文献:

[1]　王琦. MATLAB 基础与应用实例集粹[M]. 北京:人民邮电出版社,2007.

[2]　武汉大学测绘学院测量平差学科组. 误差理论与测量平差基础[M]. 武汉:武汉大学出版社,2009.

[3]　李成,刘金平. 方差估计在跨江(海)大桥导线测量中的应用[J]. 中国港湾建设,2009(2):53-55.

[4]　崔希璋. 广义测量平差[M]. 测绘出版社,1992.

[5]　颜平. 测量平差[M]. 中国建筑工业出版社,2007.

[6]　武艳强,黄立人. 赫尔默特方差分量估计及其近似公式在导线网平差中的应用[J]. 测绘通报,2006(4):1-5.

[7]　陶忠刚. MATLAB 软件在测量平差中的应用[J]. 焦作工学院学报(自然科学版),2002(5):393-395.